

## AValiação DE TRÊS MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA

LUCAS GICORSKI <sup>1</sup>, JORIM SOUSA DAS VIRGENS FILHO <sup>2</sup>, GABRIELA LEITE NEVES <sup>3</sup>,  
AIRTON KIST <sup>4</sup>, MAYSa DE LIMA LEITE <sup>5</sup>

<sup>1</sup> Acadêmico do Curso de Licenciatura de Matemática, Laboratório de Estatística Aplicada e Computacional, Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG, Ponta Grossa - PR, Fone: (0XX11) 3220.3049.

<sup>2</sup> Estatístico, Prof. Associado, Departamento de Matemática e Estatística, UEPG.

<sup>3</sup> Bióloga, Aluna bolsista CAPES do programa de Pós-graduação em Engenharia Sanitária e Ambiental, UEPG.

<sup>4</sup> Estatístico, Prof. Doutor do departamento de Matemática e Estatística, UEPG.

<sup>5</sup> Engenheira Agrônomo, Prof. <sup>a</sup> Associado, Departamento Biologia Geral, UEPG.

Apresentado no  
XLIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2014  
27 a 31 de julho de 2014- Campo Grande- MS, Brasil

**RESUMO:** O conhecimento da precipitação pluviométrica contribui para estratégias no agronegócio brasileiro e no planejamento dos recursos hídricos. Entre os modelos matemáticos utilizados para descrever os dados dessa variável, destaca-se a distribuição de probabilidade gama. Diante disso este trabalho objetiva avaliar três métodos para estimativas dos parâmetros da distribuição gama em séries diárias de precipitação de 28 estações meteorológicas no estado do Paraná. Utilizando testes estatísticos foram comparadas mensalmente por estação, as estimativas dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  pelos métodos dos momentos, máxima verossimilhança e de Greenwood-Durand. Os resultados mostraram que o método dos momentos ajustou melhor os parâmetros da distribuição gama para maioria das estações e meses, se constituindo como uma opção adequada para pesquisas envolvendo a precipitação, uma vez que estes parâmetros são estimados a partir da média aritmética e da variância amostrais.

**PALAVRAS-CHAVE:** precipitação pluviométrica, estimativa de parâmetros, distribuição gama.

### COMPARATIVE ANALYSIS OF THREE METHODS TO ESTIMATE THE PARAMETERS A AND B OF THE GAMMA DISTRIBUTION ON DAILY DATA OF RAINFALL IN THE STATE OF PARANA-BRAZIL

**ABSTRACT:** The knowledge of rainfall contributes to strategic decision making in agribusiness and water resources planning. Among the mathematical models used to describe this variable data, stands out the gamma probability. In front the, this work aims to evaluate three methods for estimating the parameters of the gamma distribution for daily rainfall series of 28 weather stations in the state of Parana-Brazil. Statistical tests were used to compare monthly, estimates of the parameters  $\alpha$  and  $\beta$  by the methods of moments, maximum likelihood and Greenwood-Durand, for each station. The results showed that the method of moments best fit the parameters of the gamma distribution for most of the station and months, constituting a suitable option for research involving rainfall, since these parameters are estimated from the arithmetic mean and variance of the sample.

**KEYWORDS:** rainfall, estimation of parameters, gamma distribution

**INTRODUÇÃO:** A economia do Paraná baseia-se na indústria, no extrativismo vegetal, e principalmente na agricultura. A competição no mercado imposta pela globalização coloca as atividades de agricultura econômica e sustentável a tendência de técnicas mais precisas e um cultivo mais viável, para que cada tomada de decisão seja a que resulte em menor risco de danos ambientais e econômicos. RICKLI et al.(2008) afirma que os fatores que mais determinam o sucesso ou o fracasso de uma produção agrícola são as variáveis climáticas, destacando-se a precipitação pluviométrica.

Sendo assim o conhecimento dessa variável, de sua quantidade e intensidade, torna-se fundamental em tomadas de decisões estratégicas, e no planejamento agrícola (PEDRON; KLOSOWSKI, 2008).

Várias pesquisas utilizam testes estatísticos, com o intuito de analisar a distribuição da precipitação. As distribuições de probabilidade contínuas são bastante utilizadas em trabalhos probabilísticos, pois descrevem bem uma situação real (ARAÚJO MARTINS, et al., 2010). Dentre as distribuições, a distribuição gama tem ganhado destaque pelo bom resultado, apresentando ajustes significativos aos dados de precipitação pluviométrica (MURTA; TEODORO; BONOMO, 2005).

Este trabalho tem como objetivo avaliar três métodos para estimativas de parâmetros ( $\alpha$ ) e ( $\beta$ ) da função densidade de distribuição gama.

**MATERIAL E MÉTODOS:** A pesquisa foi conduzida no Laboratório de Estatística Aplicada e Computacional, da Universidade Estadual de Ponta Grossa - UEPG no estado do Paraná, Brasil, onde foram utilizados dados diários da precipitação pluviométrica de 28 cidades do estado do Paraná (Figura 1) cedidos pelo Instituto Agrônomo do Paraná (IAPAR).

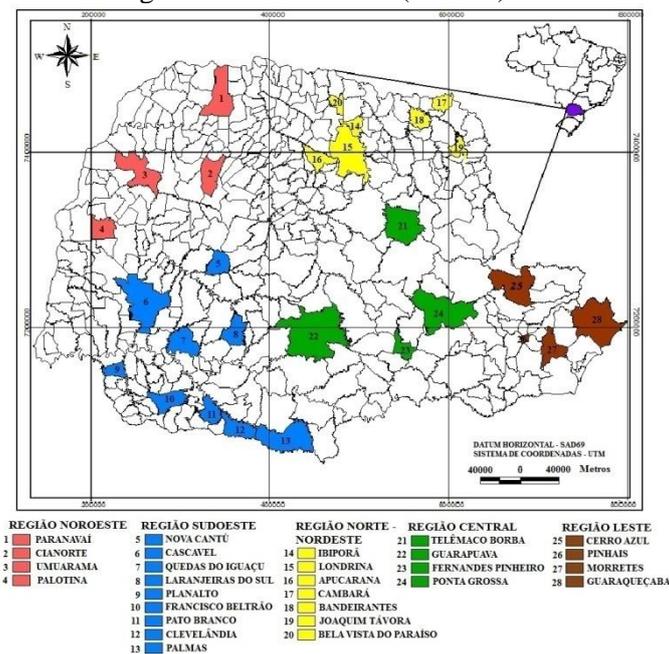


FIGURA 1. Localização das cidades do Estado do Paraná.

Para a verificação e a avaliação dos métodos, com intuito de obter a melhor aderência, foi utilizado o método de Kolmogorov-Smirnov (KS) categorizado.

A função densidade de distribuição Gama, está expressa da forma:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \quad (1)$$

onde:  $\alpha$  - parâmetro de forma;  $\beta$  - o parâmetro de escala;  $\Gamma(\alpha)$  - Função gama ordinária de  $\alpha$ ;  $x$  - altura da lâmina (mm) de precipitação pluviométrica.

O Método dos Momentos, segundo Assis et al, (1966), designado por "MM", estima os parâmetros por meio da expressão:

$$\alpha = \frac{\bar{x}^2}{S^2}; \beta = \frac{S^2}{\bar{x}} \quad (2)$$

onde:  $\bar{x}$  - média amostral;  $S^2$  - variância amostral.

O Método de Verossimilhança, segundo Assis et al, (1966), designado "MV", estima os parâmetros por meio de:

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}}}{4A}; A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(x_i)}{n} \quad (3)$$

$\beta$  = (mesmo que a equação (2))

O Método proposto por Greenwood e Durand (1960), designado "GR" estima os parâmetros por meio da expressão:

$$\alpha = \frac{0,5000876 + 0,1648852y - 0,0544274y^2}{y} \quad \text{para } 0 \leq y \leq 0,5772 \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{8,898919 + 9,05995y + 0,9775373y^2}{y(17,79728 + 11,968477y + y^2)} \quad \text{para } 0,5772 \leq y \leq 17,0 \quad (5)$$

$$\beta = (\text{mesmo que a equação (4)}); y = A(\text{O mesmo que a equação(5)})$$

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** A Tabela 1 apresenta o método que teve melhor ajuste mensal para as 28 localidades do Estado do Paraná, para a função densidade de distribuição Gama.

TABELA 1. Método que teve melhor ajuste para as localidades situadas no Estado do Paraná.

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Apucarana	MM	MM	GR	MV	MV	MM	MM	GR	GR	MV	GR	MV
Bandeirantes	MM	MM	MM	MM	GR	MM	MM	MM	GR	MM	MM	MM
Bela Vista do Paraíso	GR	MM	MM	MM	GR	GR	MM	MM	GR	GR	GR	GR
Cambará	MM	MM	MM	MM	MM	MV	GR	GR	GR	MM	MV	GR
Cascavel	MM	MM	MM	GR	MM	MM	GR	GR	GR	GR	GR	MM
Cerro Azul	MM	MV	GR	GR	MM	MM						
Cianorte	MM	MM	MM	MM	MM	MV	GR	GR	MM	GR	MM	MM
Clevelândia	MM	MM	MM	GR	GR	GR	MV	MV	GR	GR	MV	GR
Fernandes Pinhero	MM	MM	MM	MM	MM	GR	GR	MM	MM	MM	MM	GR
Francisco Beltrão	MV	GR	MM	MM	GR	MM	MM	MM	MM	GR	GR	MM
Guarapuava	GR	MV	GR	MV	MM	GR	MM	MM	GR	MV	MV	GR
Guarequeçaba	MM											
Ibiporã	GR	GR	MM	MM	GR	MV	MM	MM	GR	GR	MV	MV
Joaquim Távora	GR	MM	GR	GR	MM	MM						
Laranjeiras do Sul	MM	GR	GR	MV	MM	GR	MM	MV	GR	MV	MM	GR
Londrina	GR	GR	MM	MM	GR	MV	MM	MM	GR	MV	MV	MM
Morretes	MM											
Nova Cantú	MM	MM	MM	GR	GR	GR	GR	MV	GR	MV	GR	GR
Palmas	MM	MM	MM	MM	GR	MM	MM	MM	GR	MV	GR	MM
Palotina	MM	MM	MM	GR	MM	MV	GR	MV	MV	MV	MV	MM
Paranavaí	GR	MM	MM	GR	GR	MM	GR	MM	MV	MV	GR	MM
Pato Branco	MM	MM	MM	MM	GR	MM	MV	MM	GR	GR	GR	GR
Pinhais	MM	GR	MM	MM								
Planalto	MM	MM	MM	GR	GR	MM	GR	MM	GR	MM	GR	MM
Ponta Grossa	MM	MV	MM	MM	MM	MV	MM	MM	GR	GR	MM	MM
Quedas do Iguaçu	GR	MM	MM	MM	MM	GR	MM	MM	MM	GR	MM	MM
Telêmaco Borba	MM	GR	MM	MM	MM	MM	MM	GR	GR	GR	MV	MM
Umuarama	GR	MM	MM	MM	GR	MV	MM	MM	GR	MV	MM	GR

Obs: MM: método dos momentos; MV: método de máxima verossimilhança; GR: método proposto por Greenwood e Durand.

Aplicando o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e considerando os níveis de significância de 1% e 5%, verificou-se que o método dos momentos representou melhor as condições pluviométricas para quase todas as localidades

Para as localidades de Morretes e Guarequeçaba, nota-se que para todos os meses do ano, o método dos momentos teve melhor ajuste.

Observa-se também que para a cidade de Ponta Grossa, o método dos momentos obteve melhor ajuste. Resultados semelhantes foram obtidos por RICKLI et al. (2008) que demonstrou que

quando aplicado o método dos momentos, este apresenta o melhor ajuste de precipitação, sendo que o teste de aderência não apresentou nenhuma diferença estatisticamente significativa para todos os meses do ano.

A Figura 2 apresenta o método que teve maior frequência para as 28 localidades, distribuídas mensalmente.

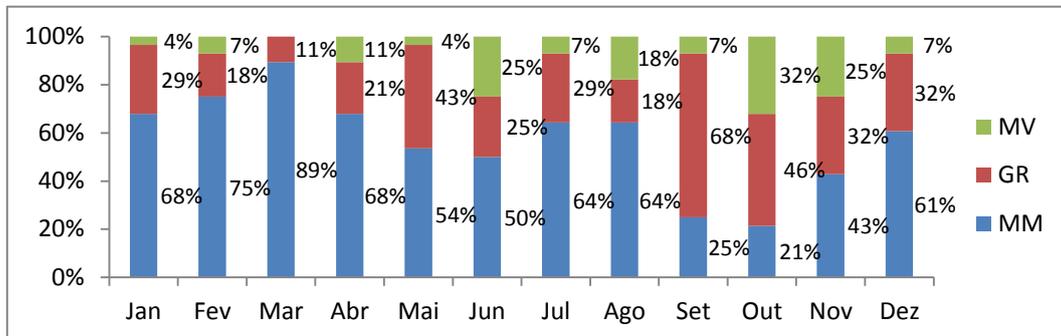


FIGURA 2. Ocorrência dos métodos para todas as localidades, em cada mês do ano.

Observa-se na Figura 2 que nos meses de dezembro, janeiro, fevereiro e março, que correspondem o verão, o método que apresentou melhor ajuste foi o dos momentos. Sendo que nos meses de fevereiro e março o método obteve maior ocorrência, respectivamente 75% e 89%.

No mês de março o método máxima verossimilhança não apresentou melhor ajuste para nenhuma das 28 localidades. Porém para o mês de outubro, este mesmo método teve sua maior ocorrência de 32%, porém, sendo inferior ao método de Greenwood e Durand.

Para os meses de setembro e outubro, o método que teve maior ocorrência foi o de Greenwood e Durand, onde estes meses estão na época da primavera no hemisfério Sul, sendo que no mês de setembro teve uma ocorrência de 68%.

Observa-se pela Figura 2 que o método dos momentos teve melhor ajuste para a maioria das localidades, em todos os meses com exceção dos meses de setembro e outubro.

**CONCLUSÕES:** O método que apresentou o melhor ajuste para os dados de precipitação pluviométrica, foi o métodos dos momentos para as 28 localidades do estado do Paraná avaliadas.

**AGRADECIMENTOS:** Ao CNPq pela concessão da bolsa de iniciação científica e, ao IAPAR pela concessão dos dados meteorológicos.

#### REFERÊNCIA:

- ASSIS, F. N.; ARRUDA, H. V.; PEREIRA, A. R. Aplicações estatísticas de climatologia: teoria e prática. Pelotas: Ed. Universitária/UFPel, 1966. 161 p.
- ARAÚJO MARTINS, E.; SILVA, I.N.; OLIVERA, J.B. de.; CALVALCANTE, E.G.; ALMEIDA, B.M. de. Aplicação de seis distribuição de probabilidade a séries de temperatura máxima em Iguatu-CE. Revista Ciência Agronômica, v. 41, n. 1, p. 36-45, jan-mar, 2010.
- GREENWOOD, J.A.; DURAND, D. Aids for fitting the gamma distribution by maximum likelihood. Technometrics, London, v.2, n.1, p.55-65, 1960.
- MURTA, R.M.; TEODORO, S.M; BONOMO, P.; CHAVES, M.A. Precipitação pluvial mensal em níveis de probabilidade pela distribuição gama para duas localidades do sudoeste da bahia. Ciênc. agrotec., Lavras, v. 29, n. 5, p. 988-994, set./out., 2005.
- RICKLI, L.I.; CATANEO, A.; VIRGENS FILHO J.S.V.; Comparação de Três Métodos para Estimativa dos Parâmetros da Distribuição Gama em dados Diários de Precipitação Pluviométrica, Botucatu. V.23, n.2, 2008, p.53-61
- PEDRON, I. T.; KLOSOWSKI, E. S. Distribuição de frequência de chuvas diárias no estado do Paraná. v.7, 2008, p.55-63.