XLII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2013
Centro de Convenções "Arquiteto Rubens Gil de Camillo"- Campo Grande -MS
27 a 31 de julho de 2014

MAXIMIZAÇÃO DA RECEITA LÍQUIDA COM RESTRIÇÕES NA PRODUÇÃO POR ÁREA IRRIGADA E RECURSOS HÍDRICOS

ANGEL RAMON SANCHEZ DELGADO[1] & SÉRGIO DRUMMOND VENTURA[2]

[1] Professor Associado IV, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, ICE. Departamento de Matemática, BR 465, Km. 7, Seropédica, RJ, asanchez@ufrrj.br
[2] Professor Adjunto III, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, ICE. Departamento de Matemática, BR 465, Km. 7, Seropédica, RJ, ventura@ufrrj.br

Apresentado no
XLIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2014
27 a 31 de julho de 2014, Campo Grande- MS, Brasil.

RESUMO: Objetivou-se conhecer a variação econômica das receitas liquidas quando a produção agrícola por área irrigada (ou produção de alimentos) é maior ou igual que um aumento de 25%, 50% e 75% da produção máxima com limitações hídricas. Tais informações são fundamentais nas tomadas de decisões do produtor agrícola. O problema é modelado matematicamente como um programa não linear com restrições e resolvido através da resolução de uma seqüência de programas não lineares irrestritos. Depois da caracterização e implantação computacional do modelo, foram desenvolvidos experimentos numéricos usando dados conhecidos na literatura para as culturas: banana, cebola, tomate, melancia, melão e milho. Desses ensaios observou-se que a melhor situação econômica para todas as culturas é quando a produção agrícola por área irrigada supera 25% a mais da produção máxima com limitações hídricas. Pode-se concluir que o procedimento computacional desenvolvido apresenta um bom comportamento numérico para os cenários selecionados.

PALAVRAS–CHAVE: barreira logarítmica, programação não linear, função resposta, produção de alimentos

MAXIMIZATION OF NET REVENUE WITH CONSTRAINTS IN PRODUCTION FOR IRRIGATED AREA AND WATER RESOURCES

ABSTRACT: This study aimed to know the economic variation of net revenues when agricultural production per irrigated area (or food production) is greater than or equal to an increase of 25%, 50% and 75% of the maximum production with limited water resources. Such information is critical in making decisions for the agricultural producer. The problem is mathematically modeled as a nonlinear program with constraints and it is solved by solving a sequence of unconstrained nonlinear programs. After characterization and computational implementation of the model, numerical experiments were carried out using known data in the literature for crops: banana, onion, tomato, watermelon, melon and corn. Based on these tests, it was observed that the best economic situation for all cultures is when agricultural production per irrigated area exceeds over 25% of the maximum production with limited water resources. It can be concluded that the computational procedure developed has a good numerical performance for the selected scenarios.

KEYWORDS: logarithmic barrier, nonlinear programming, response function, food production

INTRODUÇÃO: Na atualidade, a nível econômico, se faz importante conhecer as variações das receitas líquidas com limitações hídricas, quando são realizados acréscimos na demanda da produção por área irrigada (produção de alimentos). No presente e futuro imediato, esses dados são fundamentais para as tomadas de decisões dos pequenos e médios produtores.
Considerando que o comportamento de uma cultura depende da quantidade e freqüência de irrigação que sejam administrados, a função resposta ou de produção (em relação à lâmina de água), representa uma ferramenta básica na modelagem matemática da produção agrícola. Existem diversas publicações que tratam com modelos em que se procura maximizar a

produtividade, ou a receita líquida, ou a rentabilidade de uma cultura; sujeito a restrições referentes a insumos; capital, espaço, etc. (FRIZZONE et al., 2005).
Neste trabalho; usando programação não linear, modelou-se a maximização da receita líquida com limitações hídricas, e onde a produção por área irrigada de cada cultura considerada (produtividade vezes o quociente entre o volume total de água disponível e a lâmina de água) é maior ou igual que certa demanda prefixada. A solução numérica do problema é alcançada através de um procedimento computacional baseado no método barreira logarítmica (CARVALHO et al. 2009).

MATERIAL E MÉTODOS: Denotemos com $y(w)$ a função resposta ou de produção de uma determinada cultura por volume de água aplicado (w); em geral, uma função não-linear $(kg.ha^{-1})$. Consideramos como receita líquida (R$ ha^{-1}) a relação dada por: $RL(w) = p_c y(w) - c_w w - c_0$, em que p_c representa o preço da cultura (R$ kg^{-1}), c_w o custo da lâmina de água (R$ (mm ha)$^{-1}$) e c_0 o custo fixo de produção (R$ ha^{-1}). Neste trabalho interessa maximizar $RL(w)$ sujeito a que a produção por área irrigada, seja maior ou igual que certa demanda prefixada (d), com limitações hídricas. Matematicamente, procura-se a lâmina de água ótima (w) do seguinte problema de programação não-linear com restrições (PPNL):

$$Maximizar \qquad RL(w) = p_c y(w) - c_w w - c_0 \tag{1}$$

$$Sujeito\ a: \qquad y_a(w) = \frac{w_T\, y(w)}{w} \geq d \tag{2}$$

$$w_l \leq w \leq w_u \tag{3}$$

Em que: w_l , w_u – representam limite inferior e superior da lâmina de água respectivamente e w_T – a água total disponível para irrigar (mm). Utilizando a barreira logarítmica, o procedimento computacional implantado para resolver (1)-(2)-(3), funciona como um método de duas fases. Na primeira fase determinamos $w_{max} = Argmax\,\{y(w): w_l \leq w \leq w_u\}$ e y_{max}; isto é, o valor da produção na lâmina máxima de água, assim como valor da receita líquida $RL(w_{max})$. Na segunda fase, considerando que a resolução do problema (1)-(2)-(3) depende dos parâmetros externos w_T (água total disponível) e d (demanda prefixada de produção por área irrigada); e que ao final da primeira fase, se conhece o par (w_{max}, y_{max}); a decisão é partir para um experimento numérico que considera aumentos escalonados (25%, 50% e 75%) de w_{max} e y_{max}, no cálculo dos valores de w_T e d em (2).
Foram selecionados os dados apresentados em FRIZZONE et al. (2005); para as culturas da: banana, cebola, tomate e melancia; em MONTEIRO et al. (2007), para a cultura do melão e em HEINEMANN et al. (2001), para a cultura do milho, segundo as informações apresentadas na Tabela 1.
As unidades monetárias apresentadas variam conforme o autor; a utilizada por FRIZZONE et al. (2005) é o dólar $(US\$)$, no entanto a utilizada por MONTEIRO et al. (2007) e HEINEMANN et al. (2001) é o real $(R\$)$. Os custos dependentes da água (c_w) também variam com autor; para FRIZZONE et al. (2005), foi de 0,2816 $US\$.mm^{-1}$; para MONTEIRO et al. (2007) de 0,134 $R\$.mm^{-1}$ e para HEINEMANN et al. (2001) de 0,15 $R\$.mm^{-1}$. Os intervalos de irrigação $[w_l, w_u]$ considerados foram: $[1000;\ 5000]$ para a banana, $[400;\ 1200]$ para a cebola, $[100;\ 1000]$ para o tomate, $[0;\ 1600]$ para a melancia, $[200;\ 1200]$ para o melão e $[109;\ 753]$ para o milho.

Tabela 1. Funções respostas das culturas em relação à lâmina de água aplicada (w), preços de cada cultura (P_c) e custos fixos de produção referente a cada cultura (c_0).

Culturas	Equações	P_c ($\$.kg^{-1}$)	c_0 ($\$.ha^{-1}$)
Banana	$y = -0,01097w^2 + 63,25504w - 36848$	0,18	1.200,00
Cebola	$y = -0,2299w^2 + 378,924w - 115910$	0,20	1.530,00
Tomate	$y = -0,23948w^2 + 271,9355w - 23000$	0,08	1.645,00
Melancia	$y = -0,0457w^2 + 81,09w - 2301,15$	0,08	750,00
Melão	$y = -0,0379w^2 + 54,132w + 5420,3$	0,40	6.285,00
Milho	$y = -0,1438w^2 + 112,10w - 10472,43$	0, 171	832,77

RESULTADOS E DISCUSSÃO: O procedimento computacional para resolver (1)-(2)-(3) foi implantado em um Intel Core 2 duo, 4GB de memória RAM, com sistema operacional Ubuntu 12.4 e MATLAB 7.12.0633 R2a11a. Os resultados da primeira fase do procedimento se encontram na Tabela 2.

Tabela 2: Lâmina de água máxima, w_{max} (mm), produtividade máxima de cada cultura; y_{max} ($\mathrm{kg.ha^{-1}}$), receita líquida na lâmina máxima RL_{max} ($\$\ ha^{-1}$) .

Culturas	w_{max} (mm)	$y_{max} := y(w_{max})$ ($kg.ha^{-1}$)	RL_{max} ($\$.ha^{-1}$)
Banana	2.883,0	54.337	7.768,8
Cebola	824,1	40.227	6.283,3
Tomate	567,8	54.197	2.530,9
Melancia	887,2	33.670	1.693,8
Melão	714,1	24.749	3.507,6
Milho	389,8	11.375	1.002,5

Já na segunda fase, se faz $w_T = w_{max}$ para cada cultura e analisados três cenários: $d = 25\% \uparrow y_{max}$; isto é, escolhemos d, 25% acima do valor de $y_{max} := y(w_{max})$. Seguidamente, $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e logo, $d = 75\% \uparrow y_{max}$. Analogamente quando se considera $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$, $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$, $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$. Em todas as tabelas a seguir é possível observar que salvo a cultura do tomate no primeiro cenário, as lâminas e receitas líquidas ótimas, independem dos cenários escolhidos; isto é, para $w_T = w_{max}$, aumentos da produção por área irrigada em 25%, 50% e 75% do valor de y_{max}, leva à mesma lâmina e receita líquida ótima. Também, nas combinações $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e $d = 25\% \uparrow y_{max}$, $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 50\% \uparrow y_{max}$, $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$; as lâminas e receitas líquidas ótimas são as mesmas.

Em relação à banana, a Tabela 3 mostra que quando $d = 25\% \uparrow y_{max}$ e são realizados incrementos de 25%, 50% e 75% no volume total de água disponível, se obténs decrescimentos na lâmina e receita líquida ótima. Note que quando $d = 50\% \uparrow y_{max}$, uma lâmina ótima de 1584.04 mm permite gerar uma receita líquida ótima (US\$4802.41) que é quase duas vezes a receita gerada quando $d = 25\% \uparrow y_{max}$ (US\$2423,53). Uma situação similar é observada quando $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$.

Na Tabela 4 se apresentam os resultados obtidos para a cultura da cebola. Pode-se observar que em qualquer cenário e $w_T = 25\% \uparrow y_{max}$, as lâminas e receitas ótimas tem variações insignificantes; como também nas combinações: $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$; $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 50\% \uparrow y_{max}$; $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$. Por outra parte, não são recomendáveis aumentos de 25% na produção máxima, utilizando 50% ou 75% mais da lâmina máxima como água total disponível para irrigar; ou um aumento de 50% na produção máxima, utilizando 75% mais da lâmina máxima.

Tabela 3: Lâmina ótima $w_* \ (mm)$ e receita líquida $RL(w_*) \ (R\$ \ ou \ US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada $(kg \ ha^{-1})$, em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da banana.

Banana	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	2812.25	2812.05	2811.99
	7778.83	7778.83	7778.83
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	1164.94	1584.04	2812.10
	2423.53	4802.41	7778.83
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	1010.42	1164.94	1457.94
	1371.38	2423.53	4159.59
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	930.85	1028.75	1164.94
	792.82	1501.17	2423.53

Tabela 4: Lâmina ótima $w_* \ (mm)$ e receita líquida $RL(w_*) \ (R\$ \ ou \ US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada $(kg \ ha^{-1})$, em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da cebola.

Cebola	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	821.11	821.08	821.07
	6283.72	6283.72	6283.72
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	826.22	821.12	821.09
	6282.49	6283.72	6283.72
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	928.06	826.22	821.14
	5757.13	6282.49	6283.72
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	984.44	915.64	826.22
	5056.15	5872.28	6282.49

A Tabela 5 mostra os resultados obtidos para a cultura do tomate. Com esta cultura pode se observar que só é recomendável permitir aumentos na produção máxima de 50% e 75%, quando $w_T = w_{max}$ ou quando $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$.

Os resultados para a melancia são mostrados na Tabela 6. Novamente para $d = 25\% \uparrow y_{max}$, não são recomendáveis os casos $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$; como também, quando $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$. Observe que para o cenário $d = 75\% \uparrow y_{max}$, a melhor consideração é alcançada quando $w_T = w_{max}$.

Tabela 5: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ $(R\$ \; ou \; US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg \; ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do tomate.

Tomate	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	244.42 618.95	560.55 2531.94	560.52 2531.94
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	169.08 -402.03	219.23 301.85	560.58 2531.94
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	146.06 -757.30	169.08 -402.03	207.29 142.94
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	133.92 -952.97	148.84 -713.32	169.08 -402.03

Tabela 6: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ $(R\$ \; ou \; US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg \; ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da melancia.

Melancia	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	849.59 1699.21	849.18 1699.21	849.06 1699.21
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	890.49 1692.82	849.82 1699.21	849.28 1699.21
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	1034.39 1573.13	890.49 1692.82	850.07 1699.21
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	1137.42 1394.43	1013.71 1599.65	890.49 1692.82

No caso da cultura do melão (Tabela7), é possível observar que para $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e em qualquer cenário, as receitas líquidas máximas são as mesmas (R$ 3519.31). Note que a combinação, $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 25\% \uparrow y_{max}$, onde a lâmina é 929.20 mm e a receita, R$ 2789.08, não é nada recomendável.

Tabela 7: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ $(R\$ \; ou \; US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg \; ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do melão.

Melão	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	709.96 3519.31	709.86 3519.31	709.83 3519.31
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	718.07 3518.26	710.01 3519.31	709.89 3519.31
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	837.35 3272.37	718.07 3518.26	710.06 3519.31
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	929.20 2789.08	819.38 3337.02	718.07 3518.26

Para o milho (Tabela 8), no cenário $d = 25\% \uparrow y_{max}$, é suficiente escolher $w_T = w_{max}$, onde se tem uma lâmina ótima de 386.992 mm e uma receita líquida máxima de R$ 1054.047. Já para os cenários $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$, o recomendável é fixar $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$. Finalmente é bom ressaltar que no ensaio numérico realizado, em que $w_T = w_{max}$; salvo a cultura do tomate e para $d = 25\% \uparrow y_{max}$, as lâminas e receitas líquidas ótimas, independem dos cenários escolhidos. A melhor situação para todas as culturas é quando se tem um 25% a mais da lâmina máxima de água como total de água disponível, e 25% a mais da produção máxima como produção por área irrigada.

Tabela 8: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ $(R\$ \; ou \; US\$)$ para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg \; ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do milho.

Milho	$d = 25\% \uparrow y_{max}$	$d = 50\% \uparrow y_{max}$	$d = 75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	386.992	386.884	386.849
	1054.047	1054.048	1054.048
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	186.735	387.047	386.911
	70.530	1054.046	1054.047
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	448.153	186.735	242.418
	961.270	70.530	541.958
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	150.320	440.537	186.735
	-320.233	982.850	70.530

CONCLUSÕES: Pode-se concluir que o procedimento desenvolvido apresenta um bom comportamento numérico para os cenários escolhidos, ao comparar os resultados obtidos com os apresentados em FRIZZONE et al. (2005), MONTEIRO et al. (2007) e HEINEMANN et al. (2001); mas serão necessárias mais experiências numéricas que permitam garantir a confiabilidade plena do modelo e procedimento computacional apresentado.

REFERÊNCIAS

CARVALHO FONSECA D., SANCHEZ DELGADO A. R., OLIVEIRA FERREIRA ROSANE, DA SILVA ARAÚJO W., DO FORTE LEAL V.; Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. Engenharia Agrícola Jaboticabal, v.29, n.2, p.321-327, 2009.

HEINEMANN, A. B.; SOUSA, S. A. V.; FRIZZONE, J. A.. Determinação da lâmina ótima de água para cultura do milho doce na região de Sete Lagoas – MG. Revista Engenharia Agrícola e Ambiental; v.5, n.1, p. 147-151, 2001.

FRIZZONE, J. A.; ANDRADE JÚNIOR, A. S.; ZOCOLER, J. L.. Planejamento da Irrigação. Análise de Decisão de Investimentos. 1 ed. Embrapa Informação Tecnológica, 627 p.; 2005.

MONTEIRO, R. O. C.; NONATO TÁVORA R.; LEÃO SARAIVA C.; de AGUIAR VANGLÉSIO J. Aspectos econômicos da produção de melão submetido a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. Revista Irriga Botucatu, v.12, n.3, p.364-376, 2007.