

## MODELOS PROBABILÍSTICOS AJUSTADOS A DADOS DE PRECIPITAÇÃO MÁXIMA DIÁRIA ANUAL OBSERVADA E GERADA

MIGUEL B. MACHADO<sup>1</sup>, RITA C. F. DAMÉ<sup>2</sup>, CLAUDIA F. A. TEIXEIRA-GANDRA<sup>3</sup>, HUGO A. S. GUEDES<sup>4</sup>, ROSIANE S. COUTO<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Acadêmico do Curso de Engenharia Agrícola, Centro de Engenharias, UFPel/Pelotas – RS.

<sup>2</sup>Eng<sup>o</sup>. Agrícola, Prof<sup>a</sup>. Associado, Centro de Engenharias, Curso de Engenharia Agrícola, UFPel/Pelotas – RS.

<sup>3</sup>Eng<sup>o</sup>. Agrícola, Prof<sup>a</sup>. Adjunto, Centro de Engenharias, Curso de Engenharia Agrícola, UFPel/Pelotas – RS.

<sup>4</sup>Eng<sup>o</sup>. Civil, Prof<sup>o</sup>. Adjunto, Centro de Engenharias, Curso de Engenharia Civil, UFPel/Pelotas – RS.

<sup>5</sup>Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Manejo e Conservação do Solo e da Água, UFPel/Pelotas – RS.

Apresentado no  
XLIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA 2014  
27 a 31 de julho de 2014- Campo Grande- MS, Brasil

**RESUMO:** Objetivou-se verificar a influência do tamanho da amostra na seleção da distribuição de probabilidade, em séries de precipitação máxima diária anual. Utilizaram-se os dados da estação 3152004 (N = 1967-1980) e (N+M = 1967-2012), pertencentes à bacia da lagoa Mirim/RS/Brasil, para N e N+M anos de dados (N = observados; M = gerados por cadeia de Markov e distribuição Gama). Ajustaram-se os parâmetros das distribuições Gumbel, Log-Normal 2 e 3 parâmetros, Log-Pearson III, Normal, Gama, Exponencial 2 parâmetros e Weibull com 2 parâmetros. Os resultados mostraram que o tamanho da série influenciou a obtenção dos parâmetros, mas não influenciou, neste caso, a seleção da distribuição, visto que os valores do teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) mostraram para as duas séries, que não houve diferença significativa entre as distribuições. A maior diferença entre as estatísticas calculada e crítica de KS (5%), ocorreu na distribuição Exponencial com 2 parâmetros, para a série composta por N+M. Conclui-se que, embora o teste KS mostre a adequabilidade dos ajustes, é necessário avaliar a magnitude das estatísticas calculada e crítica de KS. Sugere-se que seja utilizado um índice de eficiência, como o Erro Padrão da estimativa e Nash-Sutcliffe.

**PALAVRAS-CHAVE:** cadeia de Markov, distribuição teórica de probabilidade, teste de aderência.

## PROBABILISTIC MODELS SET A DAILY MAXIMUM RAINFALL DATA OBSERVED ANNUAL AND GENERATED

**ABSTRACT:** Aimed to verify the influence of sample size on the selection of the probability distribution in annual maximum daily precipitation series. We used data from station 3152004 (N = 1967-1980) and (N + M = 1967-2012), belonging to the Mirim Lagoon basin/RS/Brazil, for N and N + M years of data (N = observed M = generated by the Markov chain and Gama distribution). Set the parameters of the Gumbel distribution, Log-Normal 2, 3 parameters, Log-Pearson III, Normal, Gama, Exponential and Weibull parameters 2 with 2 parameters. The results showed that the size of the series to obtain the parameters influenced, but had no

effect in this case, the selection of the distribution, since the values of the Kolmogorov-Smirnov (KS) for both series showed that there was no significant difference between distributions. The major difference between the calculated statistics and critical KS (5%) occurred in the Exponential distribution with parameter 2 for the series consisting of N + M. We conclude that, although the KS test show the suitability of the adjustments, it is necessary to assess the magnitude of the calculated and critical KS statistics. It is suggested that an efficiency index is used as the standard error of the estimate and Nash-Sutcliffe.

**KEYWORDS:** Markov chain, theoretical probability distribution, compliance tests.

**INTRODUÇÃO:** A bacia hidrográfica da lagoa Mirim possui papel de destaque em termos de gestão de recursos hídricos, por ser caracterizada como bacia transfronteiriça, onde prevalece o regime de águas compartilhadas (Tratado de Limites de 1909 e Tratado da Lagoa Mirim de 1977), entre o Brasil e o Uruguai. Na bacia existem disponíveis longas séries de dados pluviométricos, mas que apresentam falhas em seus registros, o que dificulta a utilização das mesmas para a representatividade das chuvas da região. Uma das ferramentas que possibilita conhecer o comportamento da chuva em uma dada frequência de ocorrência é a análise de frequência hidrológica, que consiste em analisar estatisticamente os dados coletados dos postos agroclimatológicos. Para que esta análise seja feita, é necessária a verificação da homogeneidade da série. De acordo com WMO (1966) e Clarke (1993), os eventos hidrológicos seguem algum tipo de distribuição teórica de probabilidade, assim é possível demonstrar que, os dados observados no passado de uma dada variável hidrológica, seguem alguma distribuição teórica de probabilidade e as características conhecidas podem ser usadas para estimar a probabilidade de ocorrência de um evento para uma dada magnitude (GOULART, 1992). Os mesmos autores afirmam que deve ser observado que a distribuição teórica não é uma representação exata do processo natural, mas somente uma descrição aproximada do fenômeno. As distribuições contínuas de probabilidades mais usadas em análise de frequência hidrológica, de acordo com Sanchez (1987), são a distribuição Normal, Log-Normal, Gumbel e Log-Pearson tipo III. Uma forma de preencher as falhas de chuva diária e, por consequência, aumentar o tamanho da série, é o uso da cadeia de Markov e de um modelo probabilístico, que permitam a geração de séries sintéticas. O processo Markoviano considera no mínimo dois estados de transição, a ocorrência ou não da chuva e, para a determinação da sua quantidade, a utilização de uma distribuição paramétrica, como por exemplo, a Gama ou a Exponencial (STERN & COE, 1982). A partir dos dados observados e aqueles obtidos pelo processo estocástico citado, obtêm-se uma série mista, que permite o conhecimento, ao longo do tempo, do comportamento da chuva. Sansigolo (2008), com o objetivo de ajustar os dados de precipitação diária, temperaturas máximas e mínimas absolutas e velocidade instantânea do vento em Piracicaba/SP, utilizou as distribuições Gumbel, Log-Normal, Pearson III, Fréchet e Weibull e concluiu, em função dos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov (KS) e Qui-Quadrado ( $\chi^2$ ), que a distribuição de Gumbel foi a que melhor ajustou os dados. Aragão et al. (2013), com o objetivo de obter as relações intensidade-duração-frequência de chuva a partir do valor máximo diário anual desagregado a durações sub-diárias, ajustaram os valores as distribuições de probabilidade de Gumbel e Weibull, concluindo que a última apresentou melhor aderência aos dados observados de Sergipe. No presente trabalho, o objetivo foi comparar o ajuste dos dados observados de chuva máxima diária anual da estação 3152004 (N = 14 anos - 1967-1980) às distribuições teóricas de probabilidade Gumbel, Log-Normal 2 e 3 parâmetros, Log-Pearson III, Normal, Gama, Exponencial 2 parâmetros e Weibull com 2 parâmetros, com aqueles obtidos a partir da série composta de N+M = 46 anos - 1967-2012, cujo período de M anos foi preenchido utilizando a modelagem estocástica.

**MATERIAL E MÉTODOS:** Para a realização do presente trabalho foram obtidos os dados da estação 3152004 (Cascata), localizada na latitude 31°28'00'', longitude 52°31'00 e altitude de 224 m, pertencente a bacia hidrográfica da lagoa Mirim/RS. Os dados foram obtidos junto a Agência Nacional de Águas (ANA) ([www.hidroweb.ana.gov.br](http://www.hidroweb.ana.gov.br)), e após constituídas duas séries de valores máximos diários anuais, uma a partir dos dados observados, perfazendo um total de N = 14 anos – 1967 – 1980, e a outra, com N+M = 46 anos – 1967 – 2012. A modelagem da ocorrência de chuvas (M anos), mediante a cadeia de Markov de dois estados considera que a probabilidade de um dia ser seco (0) ou chuvoso (1), depende apenas da condição do dia anterior (STERN & COE, 1982), considerando-se dia seco quando a chuva diária era inferior a 1 mm (DERECZYNSKI et al., 2009). As probabilidades de transição entre os estados seco/chuvoso, P(0,0), P(0,1), P(1,0) e P(1,1), foram determinadas para a série anual, ou seja, não foi considerada a estacionariedade mensal e sim anual, visto que o objetivo consistiu no preenchimento de falhas diárias e posterior constituição de séries de chuvas máximas diárias anuais. As equações (1), (2), (3) e (4) foram utilizadas para determinar as matrizes de probabilidades de transição.

$$P00_i = \frac{N00_i}{N00_i + N01_i} \quad (1)$$

$$P10_i = \frac{N10_i}{N10_i + N11_i} \quad (2)$$

$$P01_i = 1 - P00_i \quad (3)$$

$$P11_i = 1 - P10_i. \quad (4)$$

em que,

P00 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior também foi seco;

P10 = Probabilidade de um dia ser seco, dado que o anterior foi chuvoso;

P01 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi seco;

P11 = Probabilidade de um dia ser chuvoso, dado que o anterior foi chuvoso;

N10 = frequência observada da sequência de chuvoso seguido por dia seco;

N11 = frequência observada da sequência de dois dias chuvosos;

N00 = frequência observada da sequência de dois dias secos;

N01 = frequência observada de um dia seco seguido por dia chuvoso, e

i = ano.

Após estimadas as probabilidades de transição, foram geradas 100 sequências de dias secos/chuvosos para todo o período em que as falhas ocorreram. A partir das sequências geradas, para cada período, foram determinadas as quantidades precipitadas nos dias considerados chuvosos. A quantidade de chuva foi estimada mediante a distribuição Gama de 2 parâmetros (DETZEL & MINE, 2011), em que a função cumulativa de probabilidade da distribuição Gama é:

$$F(X) = P(X \leq x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)\beta^\gamma} \int_0^x X^{\gamma-1} e^{-\frac{X}{\beta}} dx \quad (5)$$

em que,

$\beta$  e  $\gamma$  (equações 6 e 7) - parâmetros da distribuição, que foram estimados com base no método dos momentos, e  $\Gamma(\gamma)$  - função gama.

$$\beta = \frac{s^2}{\bar{x}} \tag{6}$$

$$\gamma = \frac{\bar{x}^{-2}}{s^2} \tag{7}$$

em que,

$\bar{X}$  - média observada de precipitação dos dias com chuva (mm).

A partir das séries de N e N+M anos de chuva máxima diária anual foram ajustadas as distribuições teóricas de probabilidade Gumbel, Log-Normal 2 e 3 parâmetros, Log-Pearson III, Normal, Gama, Exponencial e Weibull com 2 parâmetros, cujos parâmetros foram estimados pelo método da máxima verossimilhança. A seleção do melhor ajuste foi realizada pelo teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, com nível de probabilidade de 5% (ASSIS et al., 2013).

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** O comportamento dos valores de chuva máxima diária anual ao longo do tempo para a localidade da Cascata/RS (3152004) é apresentado na Figura 1. Acrescente-se que são apresentadas as séries compostas por N anos (1967 – 1980) e N+M anos (1967 – 2012), bem como o valor médio (62,5 mm), considerando o período de 1967 a 2012.

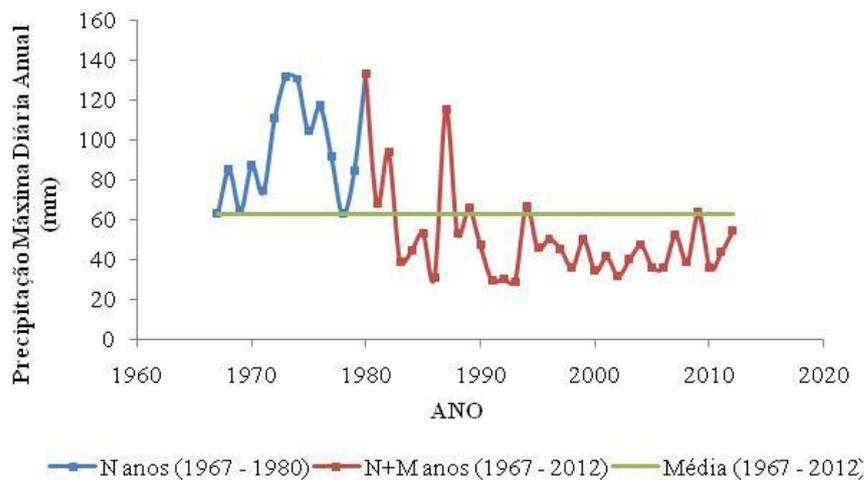


FIGURA 1. Comportamento da chuva máxima diária anual da estação Cascata/RS (3152004), referente às séries com N e N+M anos.

As estatísticas descritivas das séries de chuva máxima diária são apresentadas na Tabela 1. Observa-se que a maior diferença percentual entre os valores ocorreu no valor mínimo (120%) e na assimetria (79%), como reflexo da diferença de 15% ocorrida no desvio padrão, cuja diferença não refletiu no valor do coeficiente de assimetria. Cabe ressaltar que o objetivo do trabalho está centrado nas séries de chuva máxima diária anual e que, portanto, a estatística de maior relevância é o valor máximo, o qual se manteve igual (132,70 mm). Com relação às

demais estatísticas, média e coeficiente de variação, os valores das diferenças percentuais foram 28 e 44%, respectivamente. A avaliação da capacidade de um modelo reproduzir os fenômenos por ele modelados pode ser feita por meio de comparação das estatísticas descritivas das séries observadas e geradas. Para tanto, os métodos empregados se valem das informações de registros existentes para estimar os parâmetros do modelo, para que as séries geradas tenham as mesmas características estatísticas dos dados observados, mas constituam diferentes realizações do processo. Nesse sentido, Gontijo (2007) avaliou a relação entre as precipitações e enchentes raras por meio de séries sintéticas e simulação hidrológica de duas bacia hidrográficas, Indaiá e Pará, por meio da cadeia de Markov de primeira ordem e distribuição Gama. A comparação entre as estatísticas do total médio precipitado e seu desvio padrão, bem como do valor máximo diário anual, entre as séries observada e gerada foi de 0,72; 3,60 e 143,00%, respectivamente. O autor concluiu que o modelo aplicado reproduziu adequadamente as características estatísticas da série de precipitação e evaporação, utilizadas como base para calibração de seus parâmetros.

TABELA 1. Estatísticas descritivas das séries de chuva máxima diária anual da estação 3152004, com N e N+M anos. **Descriptive statistics of the series of annual maximum daily rainfall station 3152004, N and N + M years.**

Série	Estatísticas descritivas						
	Média (mm)	D.P. (mm)	C.V. (%)	Máx. (mm)	Mín. (mm)	Assimetria (mm <sup>3</sup> )	Coef. Assimetria
1967 – 1980 - N (anos)	95,50	25,63	27,00	132,70	62,70	0,21	0,00
1967 – 2012 - N+M (anos)	68,52	30,21	48,00	132,70	28,52	1,01	0,00

D.P. - desvio padrão; C.V. – coeficiente de variação; Máx. – valor máximo; Mín – valor mínimo.

Os parâmetros das distribuições de probabilidade utilizadas no ajuste das séries de chuva máxima diária anual de N e N+M anos, bem como os valores das estatísticas do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (KS) são apresentados na Tabela 2. Observa-se pelos resultados do teste de KS que todas as distribuições testadas são adequadas para o ajuste das séries, visto que a estatística do teste calculada a 5% de probabilidade é inferior ao valor crítico, o que significa que a distribuição pode ser utilizada no ajuste. No entanto, há que se questionar a robustez do teste utilizado, considerando que no trabalho de Alves et al. (2013), com o objetivo de analisar os métodos de estimativa para os parâmetros das distribuições de Gumbel e GEV em eventos de precipitações máximas na cidade de Cuiabá-MT, aplicaram os testes de aderência de KS,  $\chi^2$  e Anderson-Darling. Os autores comentam que o KS é um teste não paramétrico e tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica e teórica, de variáveis aleatórias contínuas; o  $\chi^2$  é mais rigoroso, pois agrupa os dados da série histórica em classes de frequência e acumula as diferenças entre as frequências observada e teórica, com participação de todas as classes e não apenas a máxima diferença. O teste de Anderson-Darling tem como princípio o mesmo procedimento do teste de KS, mas sua vantagem é de ser mais sensível que os demais, já que dá mais peso aos pontos das caudas da distribuição, considerado mais eficiente do que outros testes comumente usados. Cabe ressaltar que o objetivo do trabalho não é a seleção da melhor distribuição e, sim, verificar se o tamanho da amostra influencia na seleção do modelo probabilístico. Como os resultados apresentados na Tabela 2 mostraram que todos os modelos foram adequados, tanto para a série composta por N anos quanto para N+M anos, optou-se por determinar o valor do Erro Relativo Quadrático Médio (RMSE), entre os valores observados e ajustados

para a série de N anos, bem como os valores gerados e ajustados para N+M anos (Tabela 3). Diante dos resultados, verifica-se para as distribuições Gumbel, Log-Normal 2 parâmetros, Exponencial 2 parâmetros e Weibull, cujos valores de RMSE foram 6,22; 5,73; 5,64 e 7,11, respectivamente, para a série N+M anos, menores do que os encontrados para a série de N anos, evidenciando a influência do tamanho da mesma no ajuste dos parâmetros na seleção da distribuição de probabilidade (TAHA, 2008).

TABELA 2. Parâmetros das distribuições de probabilidade e estatísticas calculada e crítica do teste de Kolmogorov-Smirnov da estação 3152004, com N e N+M anos.  
**Parameters of the probability distributions and statistics calculated and critical of the Kolmogorov-Smirnov test station 3152004, with N and N + M years.**

Distribuição	Série 1967 – 1980 – N (anos)				Série 1967 – 2012 – N+M (anos)					
	Parâmetros		Kolmogorov-Smirnov*		Parâmetros		Kolmogorov-Smirnov			
Gumbel	$\gamma$	$\lambda$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\gamma$	$\lambda$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	83,47	0,048	0,714	2,780	49,27	0,048	0,565	3,906		
LN-2	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	4,525	0,274	0,121	0,479	4,032	0,451	0,099	0,685		
LN-3	$\theta$	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\theta$	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>
	16,09	4,324	0,334	0,124	0,496	-30,6	4,48	0,320	0,117	0,531
LP-3	$\theta$	$\gamma$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\theta$	$\gamma$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>
	4,05	0,209	2,279	0,184	0,715	3,253	0,308	2,535	0,096	0,666
Normal	$\mu$	$\sigma$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\mu$	$\sigma$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	95,50	25,62	0,133	0,528	62,52	30,21	0,173	1,191		
Gama	$\alpha$	$\gamma$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\alpha$	$\gamma$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	14,760	6,470	0,124	0,483	4,990	12,508	0,128	0,883		
Exp-2	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	60,49	35,15	0,202	0,567	27,24	35,00	0,069	0,976		
Weibull	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>	$\lambda$	$\alpha$	KS <sub>calc.</sub>	KS <sub>crít.</sub>		
	105,10	4,329	0,149	0,558	70,99	2,248	0,144	0,975		

LN-2 - Log-Normal 2 parâmetros; LN-3 - Log-Normal 3 parâmetros; LP-3 - Log-Pearson 3 parâmetros; Exp-2 - Exponencial 2 parâmetros; \*5% de probabilidade de erro.

TABELA 3. Erro relativo quadrático médio (RMSE) entre os valores observados (N anos) e estimados e, gerados (N+M anos) e estimados pelas distribuições de probabilidade. **Mean squared relative error between observed (N years) and estimated and generated (N + M years) and estimated by the probability distributions.**

Distribuição de Probabilidade	RMSE	
	Observados x ajustados	Gerados x estimados
	N (anos)	N+M (anos)
Gumbel	6,67	6,22
LN-2	6,19	5,73
LN-3	5,28	6,00
LP-3	5,58	6,01
Normal	6,07	10,32
Gama	5,81	6,28
Exp-2	9,10	5,64
Weibull	8,98	7,11

LN-2 - Log-Normal 2 parâmetros; LN-3 - Log-Normal 3 parâmetros; LP-3 - Log-Pearson 3 parâmetros; Exp-2 – Exponencial 2 parâmetros.

**CONCLUSÕES:** O tamanho da série influencia na seleção da distribuição teórica de probabilidade. A cadeia de Markov homogênea de dois estados e a distribuição Gama podem ser utilizadas na geração da chuva diária da estação Cascata/RS (3152004). De acordo com o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov todas as distribuições de probabilidade testadas são adequadas no ajuste das séries de N e N+M anos. A distribuição Exponencial 2 parâmetros foi a que apresentou o menor valor de Erro Relativo Quadrático Médio entre a série gerada e ajustada com N+M anos, bem como maior diferença em relação a série observada e ajustada, a partir de N anos.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (Brasil) (ANA). HidroWeb: sistemas de informações hidrológicas. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/HidroWeb>>. Acesso em: 05 agosto 2013.

ALVES, A.V.P.; SANTOS, G.B.; MENEZES FILHO, F.C.M.; SANCHES, L. Análise dos métodos de estimativa para os parâmetros das distribuições de Gumbel e GEV em eventos de precipitações máximas na cidade de Cuiabá-MT. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v.6, n.1, p.32-43, 2013.

ARAGÃO, R.; SANTANA, G.R.; COSTA, C.E.F.F.; CRUZ, M.A.S.; FIGUEIREDO, E.E.; SRINIVASAN, V.S. Chuvas intensas para o estado de Sergipe com base em dados desagregados de chuva diária. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.17, n.3, p.243–252, 2013.

ASSIS, J.P.; SOUSA, R.P.; LINHARES, P.C.F.; PEREIRA, M.F.S. Modelagem estocástica de séries históricas de umidade relativa mensal, em Mossoró – RN. **Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável**, v.8, n.4, p.01-13, 2013.

CLARKE, R.T. **Hidrologia - Ciência e aplicação**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1993. v.4: Hidrologia Estatística: p. 659 - 698.

DERECZYNSKI, C.P.; DE OLIVEIRA, J.S.; MACHADO, C.O. Climatologia da precipitação no Município do Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v.24, n.1, 24-38, 2009.

DETZEL, D.H.M.; MINE, M.R.M. Modelagem de quantidades precipitadas em escala diária: uma análise comparativa. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.16, n.2, p.101-110, 2011.

GONTIJO, N.T. **Avaliação das relações de frequência entre precipitações e enchentes raras por meio de séries sintéticas e simulação hidrológica**. Dissertação (Mestrado no Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 156 p. 2007.

GOULART, J.P.; MAESTRINI, A.P.; NEBEL, A. L. Relação intensidade-duração-frequência de chuvas em Pelotas, RS. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v.7, n.1, p.543-552, 1992.

SANCHEZ, J. **Fundamentos de hidrologia**. Porto Alegre: Instituto de Pesquisas Hidráulicas, UFRGS, 1987. 360 p.

SANSIGOLO, C.A. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). **Revista Brasileira de Meteorologia**, v.23, p.341-346, 2008.

STERN, R.D.; COE, R. The use of rainfall models in agricultural planning. **Agricultural Meteorology**, Amsterdam, v.26, p.35-50, 1982.

TAHA, H.A. **Pesquisa operacional**. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 8. Ed. 359 p. 2008.

WMO-World Meteorological Organization. **Some methods of climatological analysis**. Geneva: World Meteorological analysis, 1966. 53 p. (Technical Note n° 81).